Laboratorijas darbs Nr.1.1

Vienkāršie mērījumi

Studenta vārds, uzvārds: ....

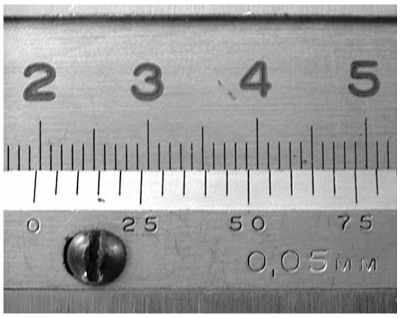
Fakultāte, grupa: ....

Studenta apliecības numurs: ....

Teorētiskais pamatojums

Garuma mērīšana ar bīdmēru

Bīdmērs sastāv no pamatlineāla ar skalu un atskaites sistēmas, kuras pamatā ir nonijs. Nonijs ir izveidots kā papildlineāls ar skalu, uz kuras var nolasīt pamatskalas iedaļu intervāla daļas. Nonijus izgatavo ar mazākās iedaļas vērtību 0,1, 0,05 vai 0,02 mm. Atkarībā no bīdmēra izmēriem ar to var mērīt lielumus no 0 līdz 200 un vairāk mm ar precizitāti līdz 0,02 *mm*. Atskaites precizitāti aprēķina pēc nonija, izmantojot formulu: $i = \frac{c}{n}$, kur *c*- pamatskalas iedaļas vērtība, *n* - nonija skalas iedaļu skaits. Mērot ar bīdmēru, “veselos” milimetrus nolasa no bīdmēra pamatskalas, tos atskaitot pret nonija skalas nulles iedaļu, bet milimetru desmitās un simtās daļas nosaka tā nonija iedaļa, kura visprecīzāk sakrīt ar kādu no pamatskalas milimetru iedaļām (1. att.)

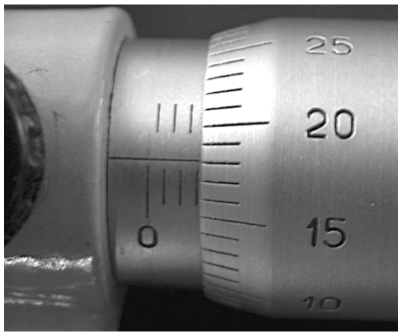


1. att. Mērījumu rezultātu nolasīšana no bīdmēra skalas.

1.1. attēlā redzamajā piemērā pilno milimetru skaits ir 19, bet no nonija skalas nolasītā vērtība ir 70 simtdaļas, tātad, noteiktā vērtība ir 19,70 mm.

Garuma mērīšana ar mikrometru

Mikrometra uzbūves pamatā ir rotācijas pārvēršana virzes kustībā ar mikrometriskās skrūves palīdzību. Tādēļ mikrometriskajos instrumentos ir savā starpā saistītas atskaites sistēmas - virzes un rotācijas. Par rotācijas kustības atskaites sistēmu kalpo nulles iedaļa un gredzenveida skala ar iedaļas vērtību *i*=0,01 *mm*, kuras atzīmētas uz instrumenta koniskās daļas (2. att.).



2. att. Mikrometra skala un rezultāta nolasīšana no mikrometra skalas.

Mikrometra virzes kustības atskaitei uz cilindriskās daļas izveidota skala ar iedaļas vērtību 0,5 *mm*. Viens mikroskrūves apgrieziens to pārvieto gar cilindrisko skalu par *s*=0,5 *mm*. Lai šo pārvietojumu vieglāk nolasītu, uz cilindra ir divas skalas (apakšējā un augšējā) ar 1 *mm* lielām iedaļām. Skalas nobīdītas viena pret otru par 0,5 *mm*, t.i., par mikroskrūves kāpi. Uz mikrometra gredzenveida skalas ir *n*=50 iedaļas un tāpēc, pagriežot mikroskrūvi par vienu iedaļu, tā pārvietojas garenvirzienā par lielumu $i = \frac{s}{n} = \frac{0{,}5}{50}$ =0,01 *mm*. Mikrometrus izgatavo ar mērīšanas diapazoniem no 0 līdz 600 *mm*. Lai izmērītu pētāmo objektu, to novieto starp mikrometra mērvirsmām un saspiež ar noteiktu spēku, griežot mikrometrisko skrūvi, kura šo spēku nodrošina ar sprūdrata mehānisma palīdzību. Pirms mērījumu veikšanas jāpārbauda mikrometra sākuma stāvoklis un, ja nepieciešams, vai nu jāievēro korekcija vai mikrometrs jāiestāda uz “0” (to veic laborants).

2. attēlā redzamajā piemērā nolasījums ir 3,180 mm (3 mm iegūstam no pamatskalas, bet 180 tūkstošdaļas dod nolasījums no cilindriskās skalas.

Iespējamie darba uzdevumi

1. Izmērīt cilindra augstumu izmantojot bīdmēru, mērījumus veicot noteiktu skaitu reižu.
2. Izmērīt cilindra diametru izmantojot mikrometru, mērījumus veicot noteiktu skaitu reižu.
3. Aprēķināt dotā cilindra tilpumu (virsmas laukumu) izmantojot iegūtās augstuma un diametra vērtības.
4. Visiem noteiktajiem lielumiem aprēķināt mērījumu kļūdas.

Protokols Nr. ....

Darba izpildītāji: 1.

2.

Darba uzdevumi:

Izmantotie mērinstrumenti un ierīces:

Mērinstrumentu raksturojuma tabula:

Nr. p.k.	***Nosaukums***	***Tips, numurs***	***Strāvas veids***	***Precizitātes klase***	***Mērapjoms***	***Mazākās iedaļas vērtība***
1.	Bīdmērs		---	---		
2.	Mikrometrs		---	---		

Mērījumu tabula

Nr. p.k.	$h \pm \delta h$, *mm*	$d \pm \delta d$, *mm*
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Aprēķina piemērs:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h$$

$V=$

Pielikums

Mērījumu rezultātu matemātiskās apstrādes pamati

1. Fizikālo lielumu mērīšana

Tiešajā mērīšanā nosakāmo fizikālā lieluma vērtību nolasa tieši no mērinstrumenta vai mēraparāta (lineāla, skrūves mikrometra, svariem, ampērmetra, luksmetra, spidometra utt.) skalas.

Netiešajā mērīšanā nosakāmo fizikālā lieluma vērtību aprēķina, izmantojot sakarību, kas saista nosakāmo lielumu y ar citiem iepriekš tieši vai netieši izmērītiem lielumiem $x_1, x_2, ..., x_n$: $y=f(x_1, x_2, ..., x_n)$.. Tā, piemēram, rezistora pretestību R var noteikt no Oma likuma, izdalot rezistoram pielikto spriegumu U ar caurplūstošās strāvas stiprumu I: $R = \dfrac{U}{I}$, šeit pretestības R vērtību iegūst netiešajā mērījumā, bet U un I vērtības var nolasīt tieši no voltmetra un ampērmetra skalas.

2. Mērījumu kļūdas

Fizikālā lieluma vērtību, kas *ideāli* atspoguļo aplūkojamā objekta, tā stāvokļa vai notiekošā procesa īpašību, sauc par šī fizikālā lieluma *patieso vērtību.*

Eksperimentāli iegūtie rezultāti dod tikai aptuvenu nosakāmā fizikālā lieluma vērtību. Tie ir atkarīgi ne tikai no fizikālā lieluma patiesās vērtības, bet arī no mērīšanas metodes, no lietotajiem tehniskajiem līdzekļiem, no mērījumu izpildītāja īpašībām un citiem apstākļiem. Eksperimentāli noteikto fizikālā lieluma vērtību, kura tādā mērā tuvojas patiesajai vērtībai, ka izmantojama tās vietā, sauc par šī fizikālā lieluma *reālo vērtību*.

Starpību starp iegūto rezultātu x' un nosakāmā lieluma reālo vērtību x, t.i., lielumu $x'-x$, sauc par ***absolūto kļūdu*** un apzīmē Δx. Absolūtās kļūdas attiecību pret lieluma reālo vērtību sauc par ***relatīvo kļūdu*** (apzīmē ε). To izsaka procentos:

$$\varepsilon = \frac{x'-x}{x}100\% = \frac{\Delta x}{x}100\%$$

Klasificējot ***kļūdas pēc to izcelsmes***, jāatzīmē trīs kļūdu grupas: (1) rupjās kļūdas; (2) sistemātiskās kļūdas, tām ir trīs apakšgrupas - korekcijas, mērinstrumenta (mēraparatūras) kļūdas, objekta kļūdas; (3) gadījuma kļūdas.

Vispārīgā gadījumā tās visas kopā veido rezultāta kopējo kļūdu.

Rupja kļūda var rasties nepamanītas mērīšanas apstākļu izmaiņas dēļ (piemēram, izmainās elektriskajai ķēdei pieliktais spriegums), mērījuma nepareizas izpildes, mērinstrumenta rādījuma nepareizas nolasīšanas, nolasījuma kļūdaina pieraksta un citu līdzīgu iemeslu dēļ. Parasti, rezultāti, kuri satur rupju kļūdu, ievērojami atšķiras no pārējiem skaitliski, ja izdarīta vairākkārtēja dotā lieluma vērtības noteikšana.

Par ***sistemātisku kļūdu*** sauc kopējās kļūdas komponenti, kas ir konstanta vai arī likumsakarīgi mainās atkārtotos viena un tā paša lieluma mērījumos.

Tādu sistemātisku kļūdu, kuras daba ir zināma un vērtība pietiekami precīzi nosakāma, sauc par *korekciju*. Piemēram, lai izlabotu novērojumu rezultātus, kas iegūti ar mikrometru, ja uz tā skalas sākumnolasījums (bez priekšmeta) ir 0,02 *mm*, nevis 0,00, katram rezultātam jāpieskaita korekcija k = - 0,02 *mm*.

Tādu sistemātisko kļūdu, kas saistīta ar mērinstrumenta vai mēraparāta ierobežotu precizitāti, sauc par *mērinstrumenta (mēraparatūras) kļūdu*. Tās vērtība un zīme katrā konkrētajā novērojumā nav precīzi zināma, tomēr ļoti augsta (tuva vienam) ir varbūtība, ka mērinstrumenta kļūda nepārsniedz noteiktu vērtību δ, ko sauc par *mērinstrumenta pamatkļūdu*. Ja mērinstrumenta pasē nav uzrādīta precizitātes klase vai precizitāte atbilstošā lieluma mērvienībās, tad par mērinstrumenta pamatkļūdu pieņem *pusi no tā skalas sīkākās iedaļas vērtības*. Piemēram, ja skrūves mikrometra sīkākās iedaļas vērtība ir 0,01 mm, tad δ = 0,005 *mm*. *Izņēmums ir mērinstrumenti ar nonija skalu (piemēram, bīdmērs), kuru pamatkļūda ir vesela mazākās iedaļas vērtība.*

Ja mērinstrumentam uzdota *precizitātes klase* γ, tad kļūdu δ aprēķina, dalot γ ar 100 un reizinot ar izmantoto mērinstrumenta mērapjomu (ja izmantots ampērmetrs, voltmetrs u.tml.), vai arī reizinot ar mērāmā lieluma vērtību (ja izmantota pretestību magazīna, tehniskais tilts u.tml.).

<u>1. piemērs</u>: voltmetram, kura precizitātes klase γ=0,5 un izmantotais mērapjoms ir U_0=150 *V*, mērinstrumenta pamatkļūda

$$\delta = \frac{\gamma}{100} \times U_0 \text{ , tātad, } \delta = \frac{\gamma}{100} \times U_0 = \frac{0{,}5}{100} \times 150(V) = 0{,}75(V)$$

jebkurai nolasītajai sprieguma U vērtībai.

<u>2. piemērs</u>: ja pretestību magazīnas precizitātes klase γ= 0,2 un pilnais mērapjoms 99999,9 Ω , tad ieslēgtās pretestības vērtībai R_1=750 Ω pamatkļūda

$$\delta_1 = \frac{\gamma}{100} \times R_1 \text{ , tātad, } \delta_1 = \frac{\gamma}{100} \times R_1 = \frac{0{,}2}{100} \times 750(\Omega) = 1{,}5(\Omega)$$

un citai ieslēgtās pretestības vērtībai R_2=7500 Ω tā ir

$$\delta_2 = \frac{0{,}2}{100} \times 7500(\Omega) = 15(\Omega) \ .$$

Sistemātisko kļūdu, kas saistīta ar kādu mērāmā objekta īpatnību, sauc par *objekta kļūdu*. Piemēram, nosakot dzelzs blīvumu, ir izmērīta masa un tilpums ķermenim, kura iekšienē ir dobums, bet par tā eksistenci nav zināms, tādēļ iegūtais rezultāts ir kļūdains. No šādas kļūdas var izvairīties, lietojot citu mērīšanas metodiku. Varētu, piemēram, ķermeni sadalīt sīkās drumslās un drumslu kopējo tilpumu noteikt, izmantojot mērcilindru ar šķidrumu. Tātad, lai novērstu objekta kļūdas, jāizvēlas cita mērīšanas metodika.

Par ***gadījuma kļūdu*** sauc kopējās kļūdas sastāvdaļu, kuras daudzie cēloņi nav zināmi, bet, vairākkārt atkārtojot mērījumus, mainās kļūdas skaitliskā vērtība un zīme. Gadījuma kļūdas nav iespējams novērst, tās var tikai samazināt un novērtēt to lielumu, izmantojot gadījuma kļūdu teoriju, kas izveidota, balstoties uz varbūtību teoriju.

Tātad, gatavojoties veikt mērījumus un mērot:

1) jāizvēlas piemērota mērīšanas metodika, lai izslēgtu objekta kļūdas;

2) jāņem vērā nepieciešamās korekcijas;

3) jānovērš rupju kļūdu rašanās, bet, ja tās radušās, tās jāizslēdz, izmantojot atbilstošos kritērijus;

4) jānovērtē mērinstrumentu un gadījuma kļūdas.

3. Tiešo mērījumu absolūtās un relatīvās kļūdas aprēķins

1. Ja kāda mērījuma vērtība ievērojami atšķiras no citām, iespējams, ka šis mērījums ir ar rupju kļūdu. Par to var pārliecināties, izmantojot matemātiskus kritērijus, skat. ieteikto literatūru. Šādas aizdomīgas vērtības izslēdz un tālākos aprēķinos neizmanto.
2. No visiem veiktajiem n mērījumiem aprēķina vidējo aritmētisko vērtību:

$$x_{vid} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

   Vidējā vērtība var precīzi nesakrist ne ar vienu atsevišķo mērījumu, bet visas izmērītās vērtības grupējas ap šo lielumu. Pie tam, tuvāk vidējai vērtībai atsevišķo izmērīto vērtību blīvums ir lielāks nekā tālāk no tās.
3. Aprēķina vidējo kvadrātisko kļūdu, izmantojot izteiksmi:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{vid})^2}{n(n-1)}} \tag{2}$$

4. Izvēlas ticamības varbūtības β vērtību (sīkāku aprakstu skat. ieteiktajā literatūrā). Fizikas laboratorijas darbos parasti ņem $\beta = 0{,}95$ un tabulā pie izvēlētās β vērtības un veiktā mērījumu skaita atrod Stjūdenta koeficienta vērtību $t_\beta(n)$.
5. Tādā gadījumā mērījuma absolūto kļūdu aprēķina pēc formulas:

$$\Delta x_S = s_x t_\beta(n) \tag{3}$$

6. Ja izmantotais mērinstruments nav īpaši precīzs, svarīga nozīme ir sistemātiskās kļūdas daļai, ko nosaka mērinstrumenta precizitāte:

$$\Delta x_\delta = \frac{\delta x}{3} t_\beta(\infty), \tag{4}$$

kur Δx_δ - mērinstrumenta kļūda (sistemātiskā kļūda), δx- mērinstrumenta pamatkļūda lieluma x mērījumam, $t_\beta(\infty)$ - Stjūdenta koeficients, kas atbilst ticamības varbūtībai β un bezgalīgi lielam mērījumu skaitam.

7. Mērījuma galīgā absolūtā kļūda Δx ir lielākā vērtība no gadījuma un sistemātiskās kļūdas vērtībām:

   ja $\Delta x_S >> \Delta x_\delta$, tad $\Delta x = \Delta x_S$;

   ja $\Delta x_S << \Delta x_\delta$, tad $\Delta x = \Delta x_\delta$.

Ja kļūdu Δx_S un Δx_δ, skaitliskās vērtības atšķiras mazāk nekā trīs reizes, tad $\Delta x = \sqrt{(\Delta x_S)^2 + (\Delta x_\delta)^2}$

8. Mērījumu precizitātes raksturošanai aprēķina *relatīvo kļūdu* ε, kuru izsaka procentos un aprēķina pēc formulas

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{vid}} 100\% \tag{5}$$

Relatīvās kļūdas vērtībai vienmēr jābūt mazākai par 100 %. Jo šī kļūda mazāka, jo precīzāk veikti mērījumi.

9. ***Mērījumu rezultātus pieraksta šādi:***

   $x = (x_{vid} \pm \Delta x)$ mērvienības, $\varepsilon = ...$ % pie $\beta = 0{,}95$.

<u>Piemēram:</u>

$x = (14{,}820 \pm 0{,}025)$ cm, $\varepsilon = 0{,}17\%$ pie $\beta = 0{,}95$.

Rezultāts pierakstot ir noapaļots, izmantojot noapaļošanas likumus:

(1) vispirms tiek noapaļota mērījuma absolūtā kļūda Δx, atstājot divus zīmīgos ciparus aiz komata. Nulles, kas nāk no kreisās puses, nav zīmīgi cipari. Nulles, kas seko aiz zīmīga cipara, ir zīmīgas un OBLIGĀTI jāpieraksta, ja to prasa noapaļošanas nosacījumi.

(2) pēc kļūdas noapaļošanas apaļo vidējo vērtību x_{vid} , atstājot aiz komata tikpat zīmes, cik palicis kļūdai pēc noapaļošanas.

(3) Relatīvo kļūdu ε apaļo atsevišķi, atstājot divus zīmīgos ciparus aiz komata.

4. Netiešo mērījumu rezultātu un to kļūdu aprēķins

1. Lielāko daļu eksperimentāli iegūto rezultātu iegūst netiešajos mērījumos, tātad, aprēķinot ar dažādu formulu palīdzību. Pieņemsim, ka lielumu y var aprēķināt, izmantojot formulu

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_k), \tag{6}$$

kur lielumi $x_1, x_2, ..., x_k$ ir tiešo mērījumu rezultāti (vidējās vērtības), kuriem iepriekš aprēķinātas absolūtās kļūdas Δx_1, Δx_2, ..., Δx_k. Visām kļūdām jābūt noteiktām ar vienādu ticamības varbūtību β.

2. Lieluma y izmaiņu Δy_i, kuru izraisa argumenta x_i izmaiņa, gadījumā, kad visi pārējie argumenti nemainās, sauc par *parciālo kļūdu*. No visām parciālajām kļūdām kopā veidojas lieluma y kopējā kļūda Δy, ko aprēķina, izmantojot kļūdu saskaitīšanas likumu:

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta y_1)^2 + (\Delta y_2)^2 + ... + (\Delta y_k)^2} \tag{7}$$

Parciālo kļūdu saskaitīšanas likums ir spēkā tikai tad, ja parciālās kļūdas ir mazas.

Parciālo kļūdu noteikšanai var izmantot vairākus paņēmienus: *ievietošanas paņēmienu*, *parciālās atvasināšanas paņēmienu* vai *relatīvo kļūdu metodi*. Ar visām šīm metodēm var iepazīties grāmatās, kas veltītas kļūdu teorijai.

Izmatojot parciālās atvasināšanas paņēmienu kļūdu noteikšanai, izteiksmi (7) atvasina pēc argumenta x_i, pārējos argumentus uzskatot par konstantēm; iegūst parciālo atvasinājumu $\frac{\partial y}{\partial x_i}$.

Parciālā kļūda Δy_i, kas ir lieluma y izmaiņa, kuru izraisa argumenta x_i izmaiņa par tā kļūdu Δx_i, atrodama šādi:

$$\Delta y_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \tag{8}$$

Veicot parciālo atvasināšanu pēc visiem funkcijas y argumentiem x_i, kļūdas aprēķināšanai iegūstam sakarību

$$\Delta y = \sqrt{(\frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1)^2 + (\frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2)^2 + ... + (\frac{\partial y}{\partial xk} \Delta x_k)^2} \tag{9}$$

Parciālās atvasināšanas paņēmiens principā ir derīgs visām funkcijām neatkarīgi no to veida. *Jāievēro, ka kļūdas aprēķina formula atšķiras no paša lieluma aprēķina formulas*.

Piemēram:

Aplūkosim, kā iegūt netiešā mērījuma – cilindra virsmas laukuma S kļūdas aprēķina formulu.

1) vispirms jāveic tiešo mērījumu – d un h vidējo vērtību d_{vid} un h_{vid} aprēķins;
2) jānosaka šo lielumu kļūdas: Δd un Δh (kā tiešajiem mērījumiem);
3) veic virsmas laukuma aprēķina formulas $S = \pi dh + \frac{\pi d^2}{2}$ parciālo atvasināšanu pēc argumentiem (tiešajos mērījumos iegūtajiem lielumiem) d un h :
   parciāli atvasinot pēc argumenta d, arguments h tiek uzskatīts par konstantu lielumu, un:
   $$\frac{\partial S}{\partial d} = \pi h + \frac{\pi}{2} 2d = \pi h + \pi d = \pi (h + d)$$
   parciāli atvasinot pēc argumenta h, arguments d tiek uzskatīts par konstantu lielumu, un:
   $$\frac{\partial S}{\partial h} = \pi d + 0 = \pi d$$
4) saskaņā ar izteiksmi (9), cilindra virsmas laukuma S noteikšanas kļūda ΔS uzrakstāma:
   $$\Delta S = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial d}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial h}\Delta h\right)^2} = \sqrt{(\pi (h + d)\Delta d)^2 + (\pi d \Delta h)^2}$$

3. Lai raksturotu mērījuma precizitāti, jāaprēķina arī relatīvā kļūda:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} \times 100\%$$

4. Rezultātu pieraksta tādā pašā formā, kā tiešo mērījumu gadījumā .